

MÉTODO GRÁFICO

Exercício 1c

$$\max R = 4x + 8y$$

Sujeito à:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 18 \\ x \leq 4 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Montagem gráfica:

$$3x + 2y \leq 18 \rightarrow \text{transformando em equação} \rightarrow 3x + 2y = 18$$

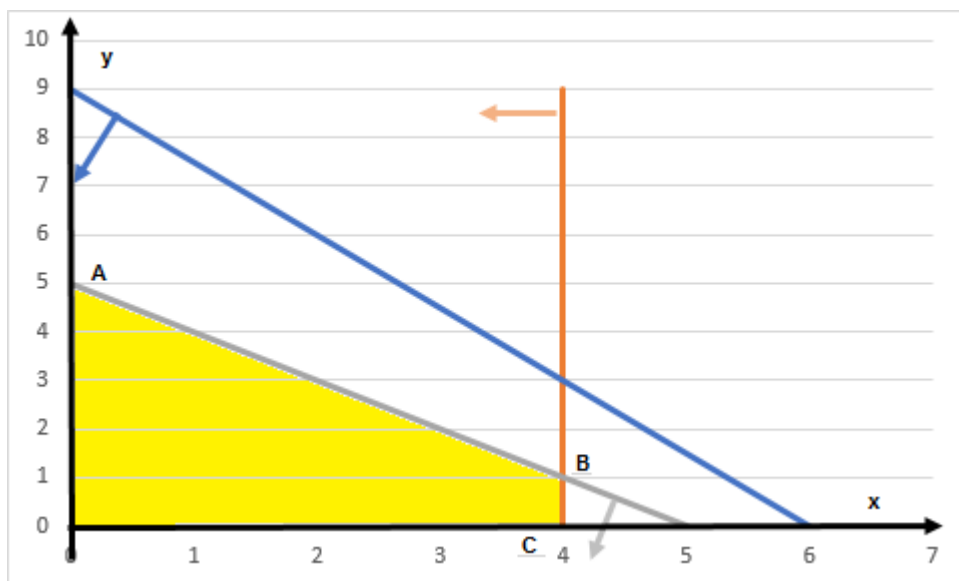
Determinação dos pontos característicos: para $x = 0 \rightarrow y = 9$ e para $y = 0 \rightarrow x = 6$

$$x \leq 4 \rightarrow \text{transformando em equação} \rightarrow x = 4$$

Determinação dos pontos característicos: para qualquer valor de $y \rightarrow x = 4$

$$x + y \leq 5 \rightarrow \text{transformando em equação} \rightarrow x + y = 5$$

Determinação dos pontos característicos: para $x = 0 \rightarrow y = 5$ e para $y = 0 \rightarrow x = 5$



PONTOS	x	y	Receita = $4x + 8y$
A	0	5	\$40
B	4	1	\$24
C	4	0	\$16

O ponto B está sobre a equação $x + y = 5$, portanto se $x = 4$, y será igual a 1.

Portanto o ponto ótimo é $x = 0$ e $y = 5$, apresentando uma receita de \$40,00.

Exercício 1d

$$\min \text{Risco} = 8x + 10y$$

Sujeito à:

$$\begin{cases} -x + y \leq 2 \\ 4x + 5y \geq 20 \\ x \leq 6 \\ y \geq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Montagem gráfica:

$$-x + y \leq 2 \rightarrow \text{transformando em equação} \rightarrow -x + y = 2$$

Determinação dos pontos característicos: para $x = 0 \rightarrow y = 2$ e para $x = 6 \rightarrow y = 8$

$$4x + 5y \geq 20 \rightarrow \text{transformando em equação} \rightarrow 4x + 5y = 20$$

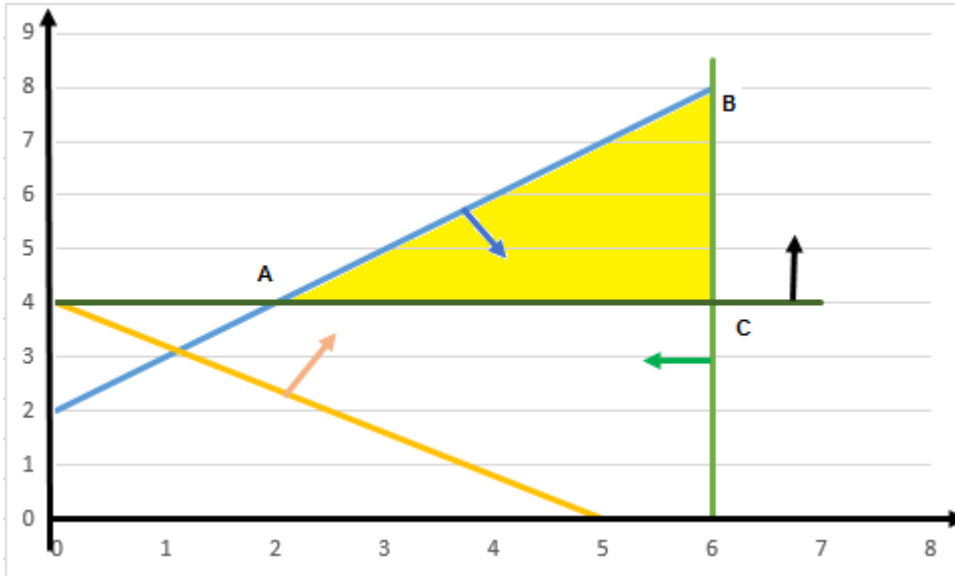
Determinação dos pontos característicos: para $x = 0 \rightarrow y = 4$ e para $y = 0 \rightarrow x = 5$

$$x \leq 6 \rightarrow \text{transformando em equação} \rightarrow x = 6$$

Determinação dos pontos característicos: para qualquer valor de $y \rightarrow x = 6$

$$y \geq 4 \rightarrow \text{transformando em equação} \rightarrow y = 4$$

Determinação dos pontos característicos: para qualquer valor de $x \rightarrow y = 4$



PONTOS	x	y	Risco = $8x + 10y$
A	2	4	56
B	6	8	128
C	6	4	88

Exercício 3

Modelo matemático

$$\min C = 1100x + 750y$$

Sujeito à

$$2x + 2y \geq 16$$

$$3x + y \geq 12$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

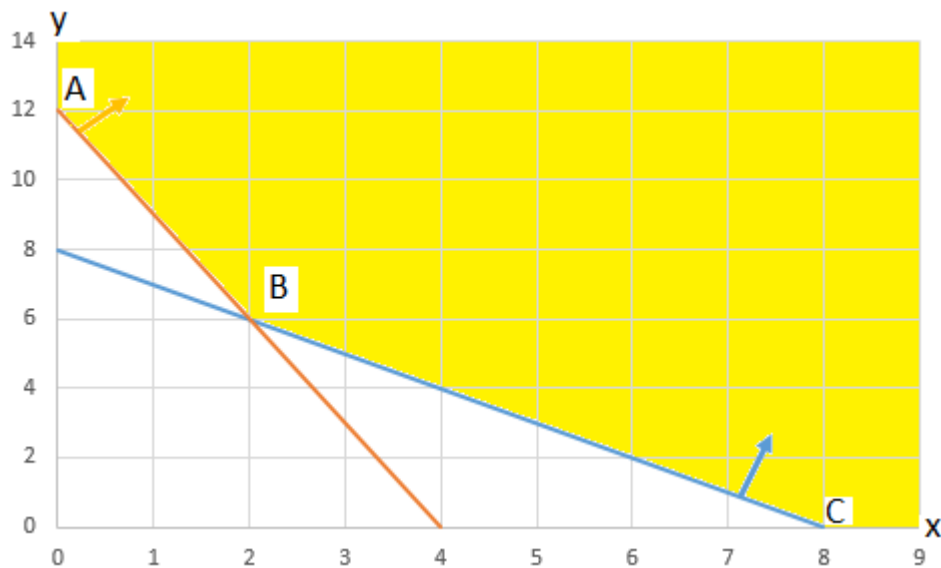
Resolução gráfica

$$2x + 2y \geq 16 \rightarrow 2x + 2y = 16$$

quando $x = 0 \rightarrow y = 8$ e quando $y = 0 \rightarrow x = 8$

$$3x + y \geq 12 \rightarrow 3x + y = 12$$

quando $x = 0 \rightarrow y = 12$ e quando $y = 0 \rightarrow x = 4$



Ponto B é a intersecção das funções $2x + 2y = 16$ e $3x + y = 12$, portanto,

$$\begin{cases} 2x + 2y = 16 \rightarrow (\times 3) \rightarrow 6x + 6y = 48 \\ 3x + y = 12 \rightarrow (\times 2) \rightarrow 6x + 2y = 24 \\ \hline \text{Subtraindo} \rightarrow 0 + 4y = 24 \end{cases}$$

Logo: $4y = 24 \rightarrow y = \frac{24}{4} \rightarrow y = 6$ e consequentemente $2x + 2(6) = 16 \rightarrow 2x = 16 - 12 \rightarrow x = 2$

ANÁLISE DA SOLUÇÃO ÓTIMA			
Pontos Possíveis	x	y	Custo ($1100x + 750y$)
A	0	12	\$9.000
B	2	6	\$6.700
C	8	0	\$8.800

Portando a solução ótima é obtida para $x = 2$ e $y = 6$ com custo de \$6.700

Exercício 4

Modelagem Matemática

Variáveis de decisão

x = quantidade de gasolina a ser produzida por ano

y = quantidade de diesel a ser produzida por ano

Parâmetros:

Reservatórios	Gasolina em t/ano	Diesel em t/ano
Destilação atmosférica	500.000	600.000
Dessulfurização	700.000	500.000
Reformação catalítica	400.000	
Craqueamento catalítico		450.000
Lucro por tonelada	7	5

Função objetivo:

$$\min C = 7x + 5y$$

Restrições:

$$\text{Destilação atmosférica} \rightarrow \frac{x}{500.000} + \frac{y}{600.000} \leq 1 \rightarrow 6x + 5y \leq 3.000.000$$

Observação: O raciocínio a ser seguido é: Com um reservatório é possível a produção de 500.000 toneladas de gasolina, como serão produzidas x toneladas de gasolina será necessário se ter $\frac{x}{500.000}$ reservatórios. Raciocínio semelhante é feito para o diesel. Precisa-se de $\frac{y}{600.000}$ reservatórios. Como se tem apenas um reservatório a soma das duas necessidades deve ser menor ou igual a 1.

$$\text{Dessulfurização} \rightarrow \frac{x}{700.000} + \frac{y}{500.000} \leq 1 \rightarrow 5x + 7y \leq 3.500.000$$

$$\text{Reformação catalítica} \rightarrow \frac{x}{400.000} \leq 1 \rightarrow x \leq 400.000$$

$$\text{Craqueamento catalítico} \rightarrow \frac{y}{450.000} \leq 1 \rightarrow y \leq 450.000$$

$$\text{Lógicas} \rightarrow x \geq 0; y \geq 0$$

Modelo matemático

$$\min C = 7x + 5y$$

Sujeito à

$$6x + 5y \leq 3.000.000$$

$$5x + 7y \leq 3.500.000$$

$$x \leq 400.000$$

$$y \leq 450.000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Resolução gráfica

$$6x + 5y \geq 3.000.000 \rightarrow 6x + 5y = 3.000.000$$

$$\text{quando } x = 0 \rightarrow y = 600.000 \text{ e quando } y = 0 \rightarrow x = 500.000$$

$$5x + 7y \geq 3.500.000 \rightarrow 5x + 7y = 3.500.000$$

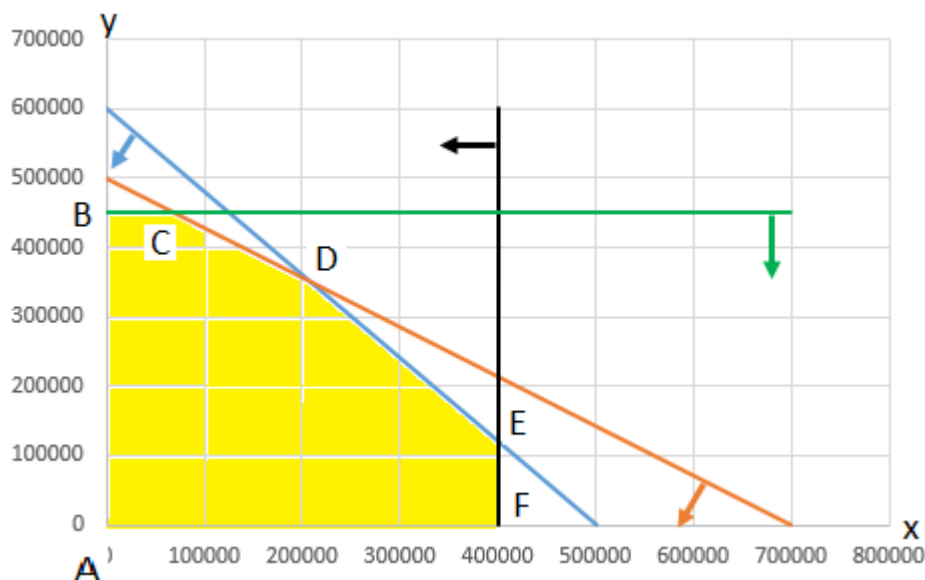
$$\text{quando } x = 0 \rightarrow y = 500.000 \text{ e quando } y = 0 \rightarrow x = 700.000$$

$$x \geq 400.000 \rightarrow x = 400.000$$

$$\text{Para qualquer valor de } y \rightarrow x = 400.000$$

$$y \geq 450.000 \rightarrow y = 450.000$$

$$\text{Para qualquer valor de } x \rightarrow y = 450.000$$



Ponto C é a intersecção das funções $2x + 2y = 16$ e $3x + y = 12$, portanto,

$$\begin{cases} 5x + 7y = 3.500.000 \\ y = 450.000 \end{cases}$$

Substituindo $y = 450.000$ na primeira função tem-se $\rightarrow 5x + 7(450.000) = 3.500.000$

Logo: $5x = 3.500.000 - 7(450.000) \rightarrow 5x = 350.000 \rightarrow x = \frac{350.000}{5} \rightarrow x = 70.000$

Ponto D é a intersecção das funções $2x + 2y = 16$ e $3x + y = 12$, portanto,

$$\begin{cases} 6x + 5y = 3.000.000 \rightarrow (\times 5) \rightarrow 30x + 25y = 15.000.000 \\ 5x + 7y = 3.500.000 \rightarrow (\times 6) \rightarrow 30x + 42y = 21.000.000 \end{cases}$$

Subtraindo $\rightarrow 0 - 17y = -6.000.000$

Logo: $-17y = -6.000.000 \rightarrow y = \frac{6.000.000}{17} \rightarrow y = 352.941$ e consequentemente $6x + 5(352.941) = 3.000.000 \rightarrow 6x = 3.000.000 - 1.764.706 \rightarrow x = \frac{1.235.294}{6} \rightarrow x = 205.882$

Ponto E é a intersecção das funções $2x + 2y = 16$ e $3x + y = 12$, portanto,

$$\begin{cases} 6x + 5y = 3.000.000 \\ x = 400.000 \end{cases}$$

Substituindo $x = 400.000$ na primeira função tem-se $\rightarrow 6(400.000) + 5y = 3.000.000$

Logo: $5y = 3.000.000 - 6(400.000) \rightarrow 5y = 600.000 \rightarrow y = \frac{600.000}{5} \rightarrow y = 120.000$

ANÁLISE DA SOLUÇÃO ÓTIMA			
Pontos Possíveis	x	y	Custo ($7x + 5y$)
A	0	0	0
B	0	450.000	\$2.250.000,00
C	70.000	450.000	\$2.740.000,00
D	205.882	352.941	\$3.205.879,00
E	400.000	120.000	\$3.400.000,00
F	400.000	0	\$2.800.000,00

O plano de produção, portanto, será produzir 400.000 toneladas de gasolina e 120.000 toneladas de diesel, com um lucro total máximo de \$3.400.000,00